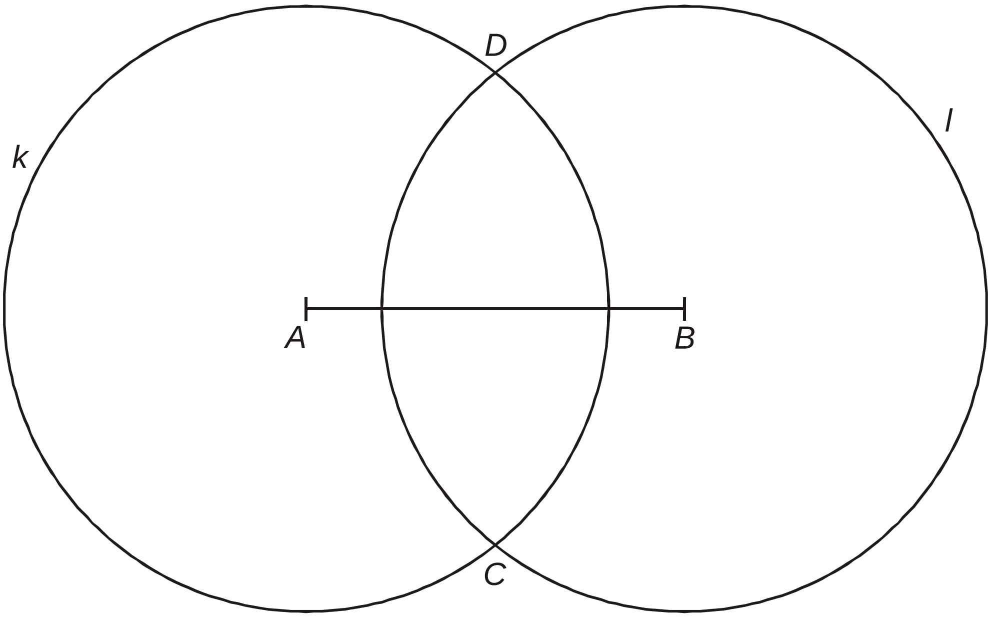
1.3.6 Osa úsečky

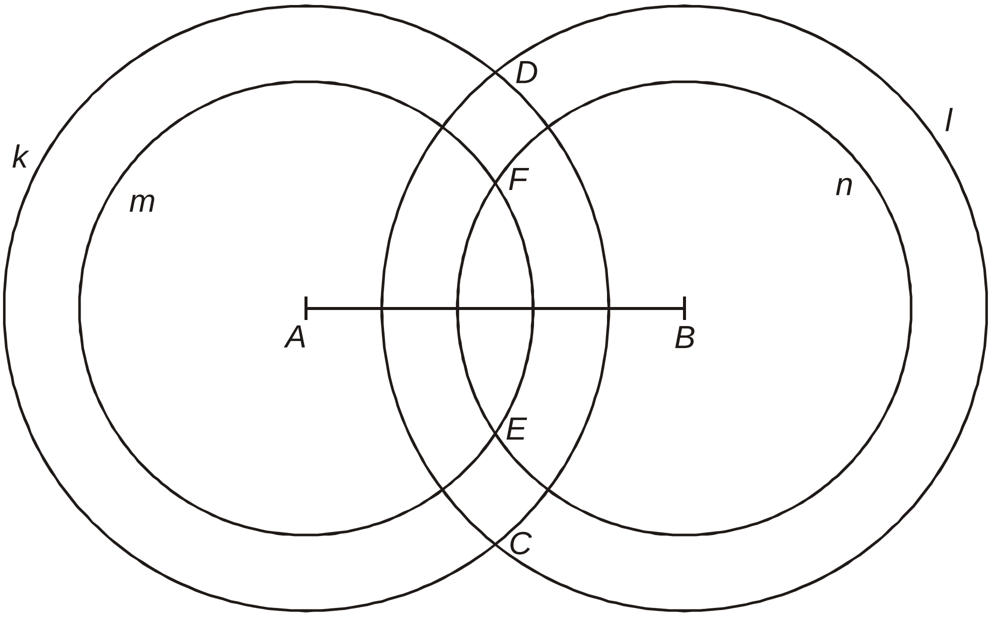
Předpoklady: 010305

Pedagogická poznámka: Hodinu je třeba kormidlovat tak, aby se stihla kontrola zápis v příkladu 4.

Př. 1: Narýsuj úsečku *AB*, $|AB| = 5\,\text{cm}$. Narýsuj kružnice $k(A;4\,\text{cm})$, $l(B;4\,\text{cm})$. Označ průsečíky obou kružnic jako *C*, *D*. Co platí pro vzdálenosti $|CA|$, $|CB|$, $|DA|$, $|DB|$? Proč?
Narýsuj kružnice $m(A;3\,\text{cm})$, $n(B;3\,\text{cm})$. Jejich průsečíky označ *E*, *F*. Co platí pro vzdálenosti $|EA|$, $|EB|$, $|FA|$, $|FB|$?
Co platí pro body *C*, *D*, *E*, *F*? Využij objevenou vlastnost bodů *C*, *D*, *E*, *F* a narýsuj přímku. Zvol na narýsované přímce mimo úsečku *AB* libovolný další bod *G* různý od bodů *C*, *D*, *E*, *F* a urči vzdálenosti $|AG|$ a $|BG|$.
Najdi střed úsečky *AB*.

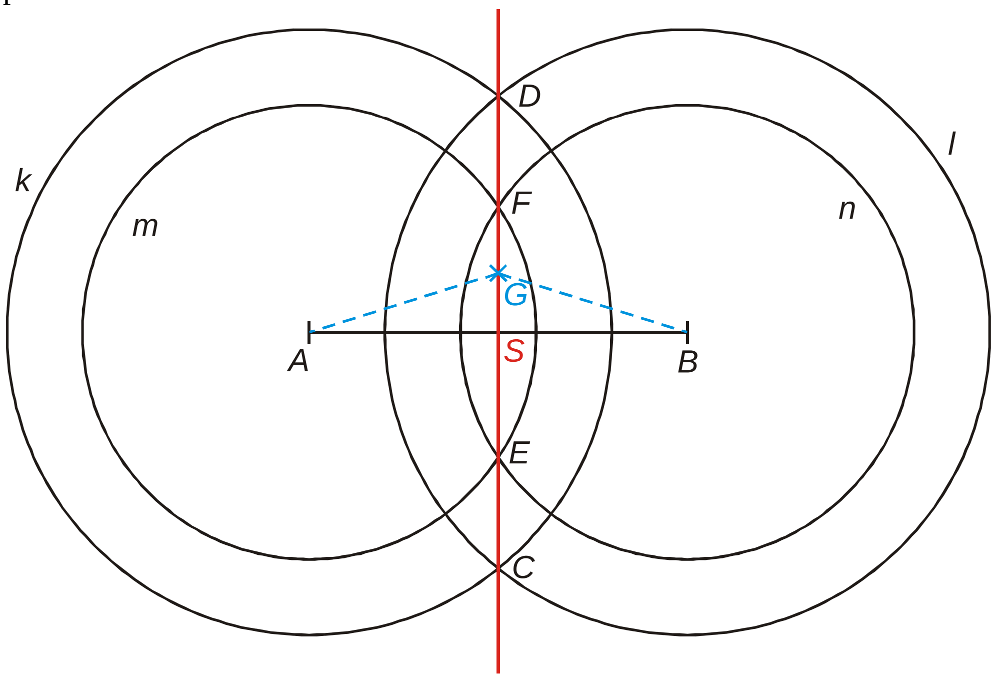


Pro uvedené vzdálenosti platí: $|CA| = |CB| = |DA| = |DB| = 4\,\text{cm}$, což je jasné, protože body *C*, *D* leží na kružnicích *k*, *l* a body *A*, *B* jsou jejich středy $\Rightarrow$ body *C*, *D* jsou stejně vzdáleny od bodů *A*, *B*.



Pro uvedené vzdálenosti platí: $|EA| = |EB| = |FA| = |FB| = 3\text{ cm}$, což je jasné, protože body *E*, *F* leží na kružnicích *m*, *n* a body *A*, *B* jsou jejich středy $\Rightarrow$ i body *E*, *F* jsou stejně vzdáleny od bodů *A*, *B*.

Přiložením pravítka zjistíme, že body *C*, *D*, *E*, *F* leží na jedné přímce. Narýsujeme do obrázku přímku *CD*.



Platí: $|AG| = |BG| = 2{,}6\,\text{cm}$, stejné vzdálenosti změřili všichni ve třídě bez ohledu, kde zvolili bod *G* $\Rightarrow$ všechny body na přímce *CD* jsou stejně daleko od bodu *A* i od bodu *B*.

Pokud si přímku procházející body *C*, *D*, *E*, *F* (říká se jí osa úsečky) nakreslíme, získáme střed úsečky *AB* jako průsečík osy úsečky s úsečkou *AB*.

Př. 2: Přímku *CD* z předchozího příkladu nazýváme osa úsečky *AB*. Jaké výjimečné vlastnosti osa úsečky má?

Osa úsečky *AB:*

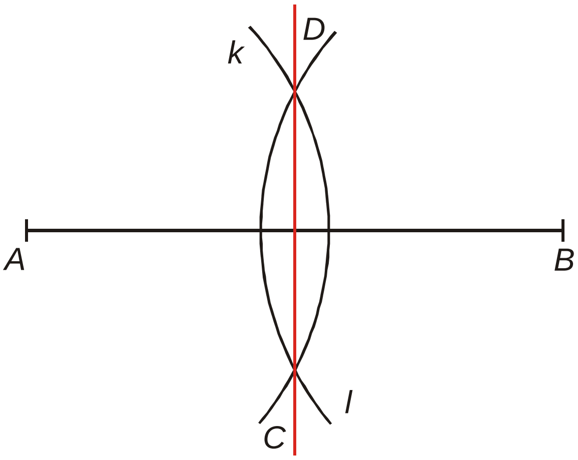
- je kolmá na úsečku *AB*,
- každý její bod má stejnou vzdálenost od bodu *A* i do bodu *B*,
- umožňuje nám nalézt střed úsečky *AB*.

V našem případě je osa úsečky také osou symetrie celého obrázku ("rozděluje" náš obrázek na dvě téměř stejné poloviny. Kdybychom zkusili stránku přehnout v ose, levá strana se přehne na pravou).

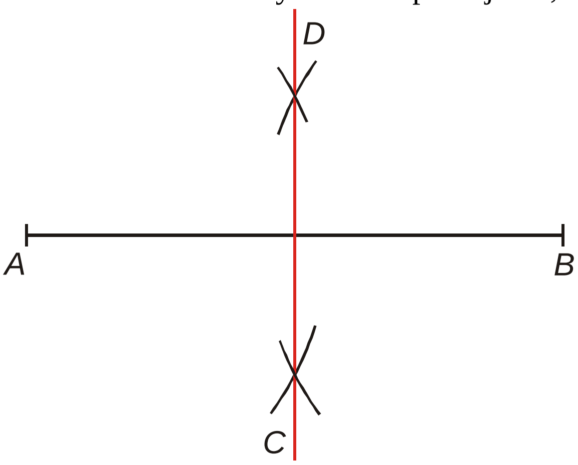
Osa úsečky *AB*:

- **je kolmá na úsečku *AB*,**
- **každý její bod má stejnou vzdálenost od bodu *A* i do bodu *B*,**
- **umožňuje nám nalézt střed úsečky *AB*.**

Př. 3: Narýsuj úsečku *AB*, $|AB| = 7{,}1\,\text{cm}$. Najdi bez měření pravítkem její střed.



Obrázek můžeme narýsovat i úsporněji tak, že nakreslíme menší části kružnic.



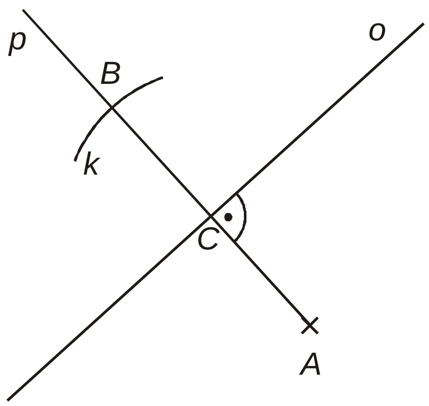
Pedagogická poznámka: Značná část žáků má zafixováno, že pomocné kružnice mají mít stejný poloměr jako samotná úsečka. Pokud někoho takového zahlédnu, chci aby našel osu úsečku na menším prostoru v sešitu (takto rýsované kružnice jsou totiž zbytečně velké, někteří žáci dokonce tento obrázek kreslí jako správný i tehdy, když se jim kružnice protnou mimo papír).
Pokud si někdo neví rady (stává se to, ale zřídka), odkazuji na předchozí příklad (což stačí).

Př. 4: Sestav postup, kterým je možné bez měření pravítkem najít střed úsečky.

1. Narýsujeme úsečku *AB* o délce 7,1 cm.
2. Narýsujeme kružnici *k* se středem v bodě *A* a poloměrem větším než je polovina délky úsečky *AB*.
3. Narýsujeme kružnici *l* se středem v bodě *B* a poloměrem stejným jako má kružnice *k*.
4. Průsečíky obou kružnic označíme jako body C, *D*.
5. Přímka *CD* je osou úsečky *AB*.

V matematice jsou tyto postupy zapisovány zkráceně:
1. *AB*, $|AB| = 7{,}1\,\text{cm}$
2. $k(S; 4\,\text{cm})$
3. $l(S; 4\,\text{cm})$
4. *C*, *D* - společné body kružnic *k*, *l*
5. přímka *CD* je osou úsečky *AB*

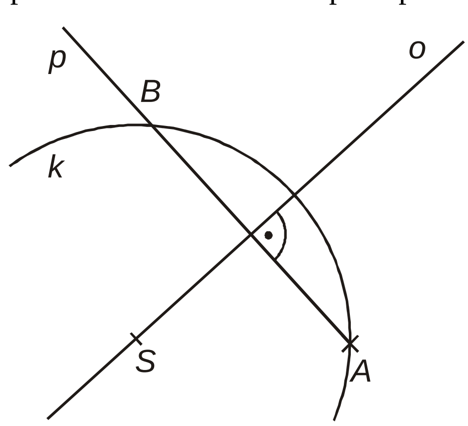
Př. 5: Narýsuj libovolnou přímku *o* a mimo ní bod *A* . Narýsuj bod *B* tak, aby přímka *o* byla osou úsečky *AB*. Zapiš postup.



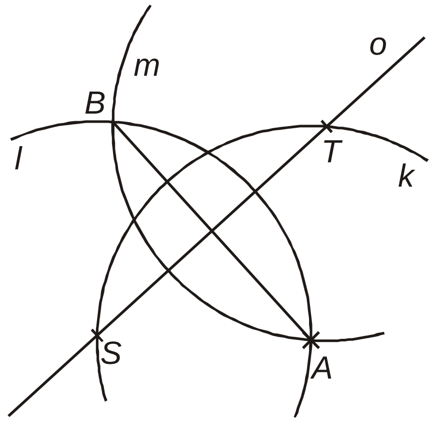
1. přímka *o*, body *A*, $A \notin o$
2. přímka *p*, *p* je kolmá na přímku o, $A \in p$
3. *C*, průsečík přímek *p*, *o*
4. $k(C; |CA|)$
5. *B*, průsečík přímky *p* s kružnicí *k*

Pedagogická poznámka: Následující dva obrázky se objevily jako žákovská řešení. V takovém případě je nechám autory nakreslit bez komentáře na tabuli a třída má za úkol objevit postup konstrukce.

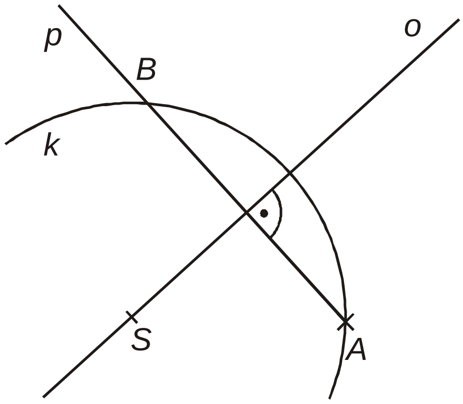
Př. 6: Na obrázcích jsou nakresleny dvě odlišná správná řešení předchozího příkladu. Napiš ke každému obrázku postup konstrukce.

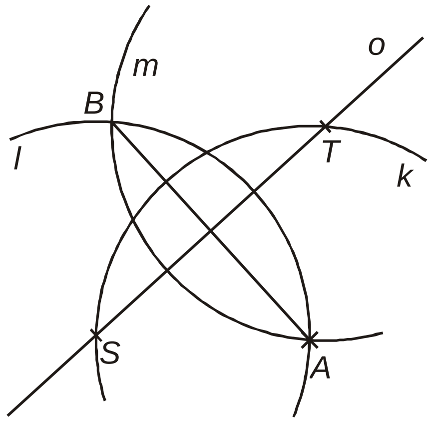


a)



b)





1. přímka o, body A, $A \notin o$
2. přímka p, p je kolmá na přímku o, $A \in p$
3. S, $S \in o$
4. $k(S;|SA|)$
5. B, průsečík přímky p s kružnicí k

1. přímka o, body A, $A \notin o$
2. $k(S;r)$ (libovolný vhodný poloměr)
3. S, T, průniky k s přímkou o
4. $l(S;r)$
5. $m(T;r)$
6. B, průsečík přímky p s kružnicí k
7. úsečka AB

Shrnutí: Osa úsečky AB je na úsečku kolmá, prochází jejím středem a obsahuje body, které jsou stejně daleko od bodů A, B.